Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Seminar "Analysis III" (HS 2004/05)

---

## Testatfragen: Gewöhnliche Differentialgleichungen (I)

1. Was versteht man unter einer gewöhnlichen DGl. $n$-ter Ordnung?

2. Erkläre: allgemeine Lösung einer gewöhnlichen DGl. $n$-ter Ordnung.

3. Erkläre: Anfangswertproblem und Randwertproblem.

4. Was ist eine "DGl. mit getrennten Variablen", und wie kann man sie lösen?

5. Gib die allgemeine Lösung einer homogenen linearen DGl. erster Ordnung an.

6. Wie erhält man eine partikuläre Lösung für die inhomogene lineare DGl. erster Ordnung?

7. Transformiere die DGl. $y'(x) = f(y(x)/x)$ auf die neue gesuchte Funktion $z(x) = y(x)/x$.

8. Erkläre: Integralelemente und Richtungsfeld der DGl. $y'(x) = f(x, y(x))$.

9. Erläutere das Eulersche Polygonzugverfahren.

10. Nenne den Existenz- und Eindeutigkeitssatz für Anfangswertprobleme gewöhnlicher DGl.en erster Ordnung.

11. Wie kann man eine in expliziter Form gegebene gewöhnliche DGl. $n$-ter Ordnung in ein System von DGl.en erster Ordnung umformen?

12. Nenne den Existenz- und Eindeutigkeitssatz für Anfangswertprobleme mit Systemen gewöhnlicher DGl.en erster Ordnung.

13. Wie spiegelt sich die Abhängigkeit eines AWP's von Parametern in der Lösung wider?

14. Erkläre (an einem passenden Beispiel), wie die Lösung eines hinreichend oft differenzierbar von einem Parameter $\mu$ abhängigen AWP's in eine Taylorreihe in $\mu$ entwickelt werden kann.

15. Was versteht man unter einer linearen DGl. $n$-ter Ordnung?

16. Was versteht man unter einer linearen DGl. $n$-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten?

17. Erkläre, inwiefern die Lösung eines AWP's für eine lineare DGl. stets fortgesetzt werden kann.

Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Seminar "Analysis III" (HS 2004/05)

---

## Testatfragen: Gewöhnliche Differentialgleichungen (II)

18. Wann heißt eine Menge von Funktionen $\{ f_1, f_2, \dots, f_n \} \subset C^0[a, b]$ auf einem Intervall $[a, b]$ linear unabhängig?
19. Was versteht man unter der Wronski-Determinante $W(x)$ der Funktionenmenge $\{ f_1, f_2, \dots, f_n \} \subset C^{n-1}[a, b]$?
20. Welche Aussagen über lineare Abhängigkeit / Unabhängigkeit einer Funktionenmenge kann man mit Hilfe von $W(x)$ gewinnen?
21. Erkläre: Fundamentalsystem von Lösungen einer homogenen linearen DGl. $n$-ter Ordnung.
22. Welche Aussagen über lineare Abhängigkeit / Unabhängigkeit einer Menge von Lösungen einer homogenen linearen DGl. $n$-ter Ordnung kann man mit Hilfe von $W(x)$ gewinnen?
23. Welche Struktur hat die allgemeine Lösung einer inhomogenen linearen DGl. $n$-ter Ordnung?
24. Wie kann man durch Variation der Konstanten eine partikuläre Lösung für eine inhomogene lineare DGl. $n$-ter Ordnung gewinnen?

**Fragen 25 – 29: Lineare DGl.en $n$-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten**

25. Was versteht man unter dem charakteristischen Polynom für eine derartige Gleichung?
26. Welche Funktionen kommen für einfache bzw. $r$-fache reelle Nullstellen $\lambda$ des char. Polynoms ins Fundamentalsystem?
27. Welche Funktionen kommen für ein einfaches Paar $a \pm i\,b$ konjugiert-komplexer Nullstellen ins Fundamentalsystem?
28. Welche Funktionen kommen für ein $r$-faches Paar $a \pm i\,b$ konjugiert-komplexer Nullstellen ins Fundamentalsystem?
29. Auf der rechten Seite der inhomogenen Gl. stehe ein Quasipolynom. Welchen Ansatz muß man für eine partikuläre Lösung machen?
30. Erläutere die Eliminationsmethode zur Lösung kleiner Systeme linearer DGl.en mit konstanten Koeffizienten.
31. Wie ist die Matrixexponentialfunktion $e^A$ erklärt?
32. Unter welchen Voraussetzungen gilt die Gleichung $e^{(A+B)} = e^A \cdot e^B$?
33. Drücke die Lösung des AWP's für ein System homogener / inhomogener linearer DGl.en mit konstanten Koeffizienten durch die Matrixexponentialfunktion aus.
34. Formuliere ein homogenes RWP für eine lineare DGl.
35. Nenne den Alternativsatz für die Lösbarkeit homogener Randwertprobleme.