Priv.-Doz. Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Vorlesung "Analysis III: Integration und Gewöhnliche Differentialgleichungen" (HS 2006/07)

Analysis III: Integration und Gewöhnliche Differentialgleichungen (4-std. Vorlesung im HS 2006/07) — Inhaltsübersicht

A) Anwendungen der Riemannschen Integrationstheorie in Geometrie und Physik

I. Kurven- und Oberflächenintegrale 1. Art

1. Kurven im $\mathbb{R}^n$
2. Rektifizierbare Jordankurven
3. Kurvenintegrale 1. Art
4. Reguläre Flächen im $\mathbb{R}^3$
5. Inhalt regulärer Flächenstücke und Oberflächenintegrale 1. Art
6. Zusätze

II. Kurven- und Oberflächenintegrale 2. Art

1. Vektorfelder im $\mathbb{R}^3$
2. Kurven- und Oberflächenintegrale 2. Art
3. Gradientenfelder
4. Solenoidale Felder
5. Helmholtz-Weyl-Zerlegung von dreidimensionalen Vektorfeldern
6. Übertragung der Begriffe auf Dimensionen $n \neq 3$

III. Integralsätze

1. Methodische Vorbemerkungen
2. Der Satz von Gauß-Ostrogradski im $\mathbb{R}^2$
3. Der Satz von Stokes im $\mathbb{R}^3$
4. Der Satz von Gauß im $\mathbb{R}^3$
5. Anwendungen der Integralsätze von Stokes und Gauß

B) Zwei Erweiterungen des Riemannschen Integralbegriffs

IV. Riemann-Stieltjes-Integrale

1. Einführung. Funktionen beschränkter Variation
2. Definition und Grundeigenschaften des RS-Integrals
3. Existenzfragen, Berechnung, geometrische Interpretation
4. Anwendungen

V. Das Lebesguesche Integral

1. Grundgedanken
2. Erklärung des Lebesgue-Integrals durch monotone Approximation mit einfachen Funktionen
3. Eigenschaften des Lebesgue-Integrals und der Funktionenmenge $L(\Omega)$

4. Konvergenzsätze der Lebesgueschen Theorie
   A) Der Satz von B. Levi über monotone Konvergenz
   B) Der Satz von Lebesgue über die majorisierte Konvergenz
   C) Das Fatousche Lemma
5. Das Riemannsche Integral in der Lebesgueschen Theorie
6. Weitere Aussagen der Lebesgueschen Theorie im Überblick
   A) Unbestimmtes Integral
   B) Lipschitzfunktionen
   C) Parameterintegrale
   D) L^p-Räume und L^p-Normen
   E) Mehrfache Lebesgue-Integrale
7. Einige Anwendungen des Lebesgue-Integrals

C) Gewöhnliche Differentialgleichungen

VI. Grundbegriffe

1. Klassifikation der DGl.en
2. Lösungsbegriffe für gewöhnliche DGl.en
3. Geometrische Veranschaulichung der Aussage einer DGl.
   A) Richtungsfeld
   B) Phasenraum

VII. Elementare Lösungsverfahren für Differentialgleichungen 1. Ordnung

1. Direkte Quadratur
2. Lineare DGl.en 1. Ordnung
   A) Homogene lineare DGl.
   B) Inhomogene lineare DGl.
3. Bernoullische DGl.
4. Riccatische DGl.
5. Die exakte DGl.
6. Die DGl. mit getrennten Variablen
7. Bemerkungen zur numerischen Lösung von DGl.en 1. Ordnung
   A) Das Euler-Cauchysche Polygonzugverfahren
   B) Quadraturformeln und zugehörige Einschrittverfahren

VIII. Hauptsätze über Differentialgleichungen 1. Ordnung

1. Der Banachraum der stetigen Funktionen $C^0[\,a\,,\,b\,]$
2. Der Existenzsatz von Peano
3. Der Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf
4. Abhängigkeitssätze
5. Formulierung der Hauptsätze für DGl.-Systeme und DGl.en n-ter Ordnung

IX. Lineare Differentialgleichungen

1. Globale Existenz der Lösungen
2. Lineare DGl.en n-ter Ordnung mit variablen Koeffizienten
   A) Die homogene DGl.
   B) Die inhomogene DGl.
3. Lineare DGl.en n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten
   A) Die homogene DGl.
   B) Die inhomogene DGl.
4. Ausblick auf Systeme linearer DGl.en 1. Ordnung
   A) Systeme mit variablen Koeffizienten
   B) Die Matrixexponentialfunktion
   C) Systeme mit konstanten Koeffizienten

X. Wichtige Gegenstände, die nicht behandelt wurden